

1.2 Β. ΠΡΑΞΕΙΣ ΜΕ ΜΟΝΩΝΥΜΑ

ΘΕΩΡΙΑ

1.

Άθροισμα ομοίων μονωνύμων : Είναι μονώνυμο όμοιο με τα αρχικά μονώνυμα και συντελεστή το άθροισμα των συντελεστών.

2.

Γινόμενο μονωνύμων : Είναι μονώνυμο με συντελεστή το γινόμενο των συντελεστών και κύριο μέρος το γινόμενο όλων των μεταβλητών με εκθέτη σε κάθε μία το άθροισμα των εκθετών της .

3.

Διαίρεση μονωνύμων : Το πηλίκο μονωνύμων δεν είναι κατ' ανάγκη μονώνυμο
Απλά εκτελώ τις σημειωμένες πράξεις

ΣΧΟΛΙΑ

1.

Παρατήρηση : Το γινόμενο και το πηλίκο μονωνύμων το βρίσκουμε εφαρμόζοντας ιδιότητες του πολλαπλασιασμού και των δυνάμεων

2.

Παρατήρηση : Το άθροισμα δύο όχι ομοίων μονωνύμων δεν είναι μονώνυμο

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1.

Να γίνουν οι πράξεις

α) $3x^2y^3\omega - 4\omega x^2y^3 + 8\omega x^2y^3$

β) $\sqrt{5}\alpha^2\beta\gamma + 3\sqrt{5}\alpha^2\beta\gamma - 2\sqrt{5}\alpha^2\beta\gamma$

γ) $\frac{1}{2}\omega\varphi^2 + \frac{3}{4}\omega\varphi^2 - \frac{5}{8}\omega\varphi^2$

δ) $0,5\alpha\beta^2\gamma^2 + 1,2\alpha\beta^2\gamma^2 - 4,7\alpha\beta^2\gamma^2$

Προτεινόμενη λύση

Θεωρία 1

α)

$$3x^2y^3\omega - 4\omega x^2y^3 + 8\omega x^2y^3 = (3 - 4 + 8)\omega x^2y^3 = 7\omega x^2y^3$$

β)

$$\sqrt{5}\alpha^2\beta\gamma + 3\sqrt{5}\alpha^2\beta\gamma - 2\sqrt{5}\alpha^2\beta\gamma = (\sqrt{5} + 3\sqrt{5} - 2\sqrt{5})\alpha^2\beta\gamma = 2\sqrt{5}\alpha^2\beta\gamma$$

γ)

$$\frac{1}{2}\omega\varphi^2 + \frac{3}{4}\omega\varphi^2 - \frac{5}{8}\omega\varphi^2 = \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{5}{8}\right)\omega\varphi^2 = \left(\frac{4}{8} + \frac{6}{8} - \frac{5}{8}\right)\omega\varphi^2 = \frac{5}{8}\omega\varphi^2$$

δ)

$$0,5\alpha\beta^2\gamma^2 + 1,2\alpha\beta^2\gamma^2 - 4,7\alpha\beta^2\gamma^2 = (0,5 + 1,2 - 4,7)\alpha\beta^2\gamma^2 = -3\alpha\beta^2\gamma^2$$

2.

Να γίνουν οι πράξεις

α) $(2x^3y^2) \cdot (-5xy\omega^4)$

β) $(-\alpha^2\beta^2\gamma^3) \cdot \left(\frac{5}{8}\alpha^3\gamma^2\right)$

γ) $-5xy\omega \cdot (-x^2y^3)$

δ) $(2\alpha^2\beta^3) \cdot (-\sqrt{2}\alpha\beta^2) \cdot (\sqrt{2}\alpha^3)$

ε) $\frac{1}{4}xy\omega \cdot \left(-\frac{4}{5}x^2y^2\omega^2\right) \cdot \left(-\frac{5}{6}xy^4\omega^3\right)$

στ) $\left(\frac{3}{2}\alpha x^2y^3\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\alpha^2xy\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\alpha x^3y\right)$

Προτεινόμενη λύση

α)

$$(2x^3y^2) \cdot (-5xy\omega^4) = -10x^4y^3\omega^4$$

β)

$$(-\alpha^2\beta^2\gamma^3) \cdot \left(\frac{5}{8}\alpha^3\gamma^2\right) = -\frac{5}{8}\alpha^5\beta^2\gamma^5$$

γ)

$$-5xy\omega \cdot (-x^2y^3) = 5x^3y^4\omega$$

δ)

$$(2\alpha^2\beta^3) \cdot (-\sqrt{2}\alpha\beta^2) \cdot (\sqrt{2}\alpha^3) = -2(\sqrt{2})^2\alpha^6\beta^5 = -4\alpha^6\beta^5$$

ε)

$$\frac{1}{4}xy\omega \cdot \left(-\frac{4}{5}x^2y^2\omega^2\right) \cdot \left(-\frac{5}{6}xy^4\omega^3\right) = \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6} x^4y^7\omega^6 = \frac{1}{6}x^4y^7\omega^6$$

στ)

$$\left(\frac{3}{2}\alpha x^2y^3\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\alpha^2xy\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\alpha x^3y\right) = -\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \alpha^4x^6y^5 = -\frac{1}{2}\alpha^4x^6y^5$$

Θεωρία 2

3.

Να γίνουν οι πράξεις

$$\alpha) (-12\alpha^2\beta^3) : (4\alpha^4\beta) \quad \beta) (-16\alpha\beta^3x) : (32\alpha^2\beta) \quad \gamma) \left(-\frac{1}{2}x^4y\omega^3\right) : \left(\frac{4}{5}x^5y^2\omega^2\alpha\right)$$

Προτεινόμενη λύση**α)**

$$(-12\alpha^2\beta^3) : (4\alpha^4\beta) = \frac{-12\alpha^2\beta^3}{4\alpha^4\beta} = \frac{-3\beta^2}{\alpha^2}$$

Θεωρία 3

β)

$$(-16\alpha\beta^3x) : (32\alpha^2\beta) = \frac{-16\alpha\beta^3x}{32\alpha^2\beta} = \frac{-\beta^2x}{2\alpha}$$

γ)

$$\left(-\frac{1}{2}x^4y\omega^3\right) : \left(\frac{4}{5}x^5y^2\omega^2\alpha\right) = \frac{-\frac{1}{2}x^4y\omega^3}{\frac{4}{5}x^5y^2\omega^2\alpha} = \frac{-5\omega}{8xy\alpha}$$

4.

Να γίνουν οι πράξεις

$$\alpha) [(6\alpha^2\beta^2)(-2\alpha^3\beta^4)] : (\alpha^2\beta^4) \quad \beta) [(3\alpha^{x+1}\beta^2)(-\alpha^3\beta^x)] : (\alpha^x\beta^x)$$

Προτεινόμενη λύση**α)**

$$[(6\alpha^2\beta^2)(-2\alpha^3\beta^4)] : (\alpha^2\beta^4) = (-12\alpha^5\beta^6) : (\alpha^2\beta^4) = \frac{-12\alpha^5\beta^6}{\alpha^2\beta^4} = -12\alpha^3\beta^2$$

β)

$$[(3\alpha^{x+1}\beta^2)(-\alpha^3\beta^x)] : (\alpha^x\beta^x) = (-3\alpha^{x+4}\beta^{x+2}) : (\alpha^x\beta^x) = \frac{-3\alpha^{x+4}\beta^{x+2}}{\alpha^x\beta^x} = -3\alpha^4\beta^2$$

5.

$$\alpha) \left(-\frac{1}{2}x^2y\right)^3 \cdot (-2x) \cdot (4xy^3)^2 \quad \beta) \left(-\frac{1}{2}a^2x^3y^5\right) : \left(-\frac{2}{3}xy^2\right)^2$$

Προτεινόμενη λύση

α)

$$\begin{aligned} \left(-\frac{1}{2}x^2y\right)^3 \cdot (-2x) \cdot (4xy^3)^2 &= \left(-\frac{1}{8}x^6y^3\right) \cdot (-2x) \cdot (16x^2y^6) = \\ &= 2 \cdot 16 \cdot \frac{1}{8}x^9y^9 = 4x^9y^9 \end{aligned}$$

β)

$$\begin{aligned} \left(-\frac{1}{2}a^2x^3y^5\right) : \left(-\frac{2}{3}xy^2\right)^2 &= \left(-\frac{1}{2}a^2x^3y^5\right) : \left(\frac{4}{9}x^2y^4\right) = \\ &= \frac{-\frac{1}{2}a^2x^3y^5}{\frac{4}{9}x^2y^4} = -\frac{9}{8}a^2xy \end{aligned}$$

6.

Να γίνουν οι πράξεις

$$\alpha) \left[(a^3b)(b\gamma)^2\right] : \left[(a\beta)^2\gamma\right] \quad \beta) \left[(2xy\omega)^2 \cdot (3x^2y\omega^2) \cdot (xy^2\omega)\right] : 9x^3y^3$$

Προτεινόμενη λύση

α)

$$\begin{aligned} \left[(a^3b)(b\gamma)^2\right] : \left[(a\beta)^2\gamma\right] &= (a^3b\beta^2\gamma^2) : (a^2\beta^2\gamma) = \\ &= (a^3\beta^3\gamma^2) : (a^2\beta^2\gamma) = \frac{a^3\beta^3\gamma^2}{a^2\beta^2\gamma} = a\beta\gamma \end{aligned}$$

β)

$$\begin{aligned} \left[(2xy\omega)^2 \cdot (3x^2y\omega^2) \cdot (xy^2\omega)\right] : 9x^3y^3 &= (4x^2y^2\omega^2 \cdot 3x^2y\omega^2 \cdot xy^2\omega) : 9x^3y^3 = \\ &= (12x^5y^5\omega^5) : 9x^3y^3 = \\ &= \frac{12x^5y^5\omega^5}{9x^3y^3} = \frac{4}{3}x^2y^2\omega^5 \end{aligned}$$

7.

Να βρείτε τα κ, λ ώστε να ισχύουν οι ισότητες

$$\alpha) (4a^{2\kappa-1}b^{3\lambda}) : (12a^{\kappa-3}b^{\lambda+2}) = \frac{1}{3}a^5b^4 \quad \beta) (-15x^{3\kappa-2}y^\lambda) : (-3x^{2\kappa}y^4) = 5x^3y^2$$

Προτεινόμενη λύση

α)

$$(4a^{2\kappa-1}b^{3\lambda}) : (12a^{\kappa-3}b^{\lambda+2}) = \frac{1}{3}a^5b^4 \quad \text{άρα} \quad \frac{4a^{2\kappa-1}b^{3\lambda}}{12a^{\kappa-3}b^{\lambda+2}} = \frac{1}{3}a^5b^4$$

$$\frac{1}{3}a^{2\kappa-1-\kappa+3}b^{3\lambda-\lambda-2} = \frac{1}{3}a^5b^4$$

$$\frac{1}{3}a^{\kappa+2}b^{2\lambda-2} = \frac{1}{3}a^5b^4$$

Για να ισχύει η παραπάνω ισότητα πρέπει να είναι $\kappa + 2 = 5$ και $2\lambda - 2 = 4$ δηλαδή
 $\kappa = 3$ και $\lambda = 3$

β)

$$(-15x^{3\kappa-2}y^\lambda) : (-3x^{2\kappa}y^4) = 5x^3y^2 \quad \text{άρα} \quad \frac{-15x^{3\kappa-2}y^\lambda}{-3x^{2\kappa}y^4} = 5x^3y^2$$

$$5x^{3\kappa-2-2\kappa}y^{\lambda-4} = 5x^3y^2$$

$$5x^{\kappa-2}y^{\lambda-4} = 5x^3y^2$$

Για να ισχύει η παραπάνω ισότητα πρέπει να είναι $\kappa - 2 = 3$ και $\lambda - 4 = 2$ δηλαδή
 $\kappa = 5$ και $\lambda = 6$

8.

Δύο κύκλοι έχουν ακτίνες $3x$ και $4x$. Να βρείτε, συναρτήσει του x , την ακτίνα του κύκλου που έχει εμβαδόν ίσο με το άθροισμα των εμβαδών των δύο αρχικών κύκλων.

Προτεινόμενη λύση

$$\text{Τα εμβαδά των δοσμένων κύκλων είναι} \quad E_1 = \pi(3x)^2 = 9\pi x^2 \quad \text{και} \\ E_2 = \pi(4x)^2 = 16\pi x^2$$

$$\text{με} \quad E_1 + E_2 = 9\pi x^2 + 16\pi x^2 = 25\pi x^2$$

$$\text{Αν } \rho \text{ είναι η ζητούμενη ακτίνα, τότε πρέπει να ισχύει} \quad \pi \rho^2 = 25\pi x^2 \quad \text{άρα} \\ \rho^2 = 25x^2 \\ \rho = 5x$$